

Wykaz tematów prac licencjackich
w roku akademickim 2017/2018
kierunek: matematyka

L.p.	Nazwisko i imię studenta	Promotor	Temat pracy magisterskiej	Opis zadania stawianego studentowi
1.	Monika Cackowska	dr hab. Mieczysław K. Mentzen	Równania diofantyczne kwadratowe i ich pewne rozwiązania	Prace dotyczą elementarnej arytmetyki. Seminarzyści powinni podać opis własności, o której mowa w tytule tematu, wykorzystując podstawowe twierdzenia teorii liczb, przedstawienie liczby w systemie pozycyjnym dziesiętnym, dostępną literaturę oraz własną inteligencję. Prace powinny być ozdobione dużą liczbą przykładów.
2.	Marcelina Ewa Grabowska	dr hab. Mieczysław K. Mentzen	Twierdzenie Eulera, jego uogólnienia i zastosowania	
3.	Karolina Martyna Jankowska	dr hab. Mieczysław K. Mentzen	O pewnych własnościach liczb wymiernych	
4.	Dagmara Kaczmarek	dr hab. Mieczysław K. Mentzen	Funkcje multiplikatywne w zbiorze liczb naturalnych	
5.	Karolina Anna Królikowska	dr hab. Mieczysław K. Mentzen	Przystawanie modulo m liczb wymiernych	
6.	Żaneta Krzemkowska	dr hab. Mieczysław K. Mentzen	Rozkłady jedyńki i liczb wymiernych na ułamki proste	
7.	Monika Nowicka	dr hab. Mieczysław K. Mentzen	Liczby palindromiczne	
8.	Sandra Patrycja Zakrzewska	dr hab. Mieczysław K. Mentzen	Funkcja Eulera i jej własności	

1.	Zuzanna Akimowicz	prof. dr hab. Grzegorz Gabor	Równania różnicowe i ich zastosowania w ekonomii	Opisanie pojęć związanych z operatorami różnicowymi i antyróżnicowymi rzędu m ; przedstawienie pojęcia równania różnicowego pierwszego i drugiego rzędu oraz sposobów rozwiązywania takich równań; opisanie zastosowania równań różnicowych do modelowania równowagi rynkowej; zilustrowanie przedstawionych rozważań przykładami.
2.	Weronika Czarnecka	prof. dr hab. Grzegorz Gabor	Pochodne ułamkowe	Omówienie funkcji specjalnej Gamma Eulera oraz jej własności, pomocnych przy opisie pochodnych ułamkowych; przedstawienie równania całkowego Abela, związanego z pochodnymi ułamkowymi. Zaprezentowanie konstrukcji pochodnej ułamkowej oraz jej własności wraz z samodzielnie rozwiązanymi zadaniami.
3.	Edyta Jaczyńska	prof. dr hab. Grzegorz Gabor	Odwzorowania wielowartościowe i ich ciągłość	Wprowadzenie pojęcia odwzorowania wielowartościowego; opisanie podstawowych własności małego i dużego przecwiciobrazu wraz z dowodami; przedstawienie zagadnienia półciągłości z dołu i z góry wraz ze związanymi z tym twierdzeniami oraz samodzielnie przygotowanymi przykładami; podanie przykładów zastosowań odwzorowań wielowartościowych w ekonomii w problemie równowagi rynkowej.

4.	Paulina Laskowska	prof. dr hab. Grzegorz Gabor	Ekstrema warunkowe i ich wykorzystanie w ekonomii	Zebranie podstawowych wiadomości dotyczących ekstremów funkcji wielu zmiennych; przedstawienie metod poszukiwania ekstremów warunkowych funkcji wielu zmiennych, w tym twierdzenia Springa; zilustrowanie podanych metod przykładami; podanie przykładów zastosowań ekstremów warunkowych w ekonomii
5.	Monika Małecka	prof. dr hab. Grzegorz Gabor	Całka Riemanna-Stieltjesa	Przedstawienie konstrukcji całki Riemanna-Stieltjesa względem funkcji niemalejących i funkcji o wahanu skończonym; podanie podstawowych własności całki Riemanna-Stieltjesa oraz ich dowodów; zobrazowanie na przykładach sposobów obliczania całki oraz jej zastosowań.
6.	Martyna Schläpfer	prof. dr hab. Grzegorz Gabor	Zastosowanie programowania liniowego w zagadnieniu transportowym	Przedstawienie pojęcia programowania matematycznego, liniowego oraz sposobów rozwiązywania zadań programowania liniowego, w tym metody geometrycznej i metody sympleks; podanie postaci matematycznego modelu zagadnienia transportowego, opisanie oraz zobrazowanie na przykładach kilku sposobów wyznaczenia wyjściowego rozwiązania bazowego oraz optymalnego; opisanie, poparte przykładami, szczególnych przypadków zadań zagadnienia transportowego.

7.	Mateusz Zaremba	prof. dr hab. Grzegorz Gabor	Metoda sympleks i jej zastosowania w ekonomii	Przedstawienie geometrycznej metody rozwiązywania zagadnień programowania liniowego z dwiema zmiennymi i płynących z niej wniosków oraz jej uogólnienie dla większej liczby zmiennych; opisanie schematu postępowania w celu doprowadzeniu układu równań i nierówności liniowych do możliwości zastosowania metody Sympleks; przedstawienie tej metody w kilku wariantach i jej zastosowań w rozwiązywaniu ekonomicznych problemów.
8.	Marek Ziętarski	prof. dr hab. Grzegorz Gabor	Zasada Banacha o punkcie stałym i jej uogólnienia	Sformułowanie Zasady Banacha o punkcie stałym i przedstawienie jej dwóch dowodów; zaprezentowanie kilku uogólnień Zasady Banacha wraz z dowodami, w tym twierdzeń Browdera i Edelsteina; ukazanie różnych zastosowań Zasady Banacha, np. w rozwiązywaniu zagadnień Cauchy'ego dla równań różniczkowych.

1.	Migała Bartosz	dr Wojciech Bułatek	Matematyczne podstawy pojęcia chaosu	Przedstawienie pojęcia topologicznego układu dynamicznego, różnych jego własności chaotycznych i związków pomiędzy nimi. Zaprezentowanie przykładów ilustrujących te związki.
2.	Sarnowski Jarosław	dr Wojciech Bułatek	Funkcjonały liniowe, ciągłe w przestrzeniach Banacha	Przedstawienie pojęcia przestrzeni Banacha i przestrzeni sprzężonej, prezentacja klasycznych wyników dotyczących ciągłych funkcyjonałów liniowych, prezentacja odpowiednich przykładów.

3.	Szablowski Patryk	dr Wojciech Bułatek	Podstawowe własności grup rozwiązalnych i nilpotentnych	Zdefiniowanie grup rozwiązalnych i nilpotentnych, wykazanie ich podstawowych własności, prezentacja przykładów takich grup z wykazaniem ich rozwiązalności lub nilpotentności
4.	Dunst Kamil	dr Piotr Kokocki	Rozwinięcia asymptotyczne całek oscylacyjnych	Przedstawienie pojęcia całki oscylacyjnej i jej własności, zdefiniowanie rozwinięcia asymptotycznego i wyznaczenie go dla całek wykładniczych oraz dla funkcji Airy'ego

1.	Dettlaff Kamila	dr hab. Piotr Malicki, prof. UMK	Teoria Ramseya	Praca poświęcona jest omówieniu teorii Ramseya i jej zastosowań. Planuje się również podanie twierdzenia van der Waerdena oraz rozwiązanie kilkunastu zadań, związanych z omawianymi zagadnieniami.
2.	Kaczmarczyk Marcin	dr hab. Piotr Malicki, prof. UMK	Kolorowanie grafów	Praca polega na omówieniu podstawowych zagadnień związanych z kolorowaniem wierzchołków oraz krawędzi grafów niezorientowanych. Planuje się podanie kilkunastu zadań oraz ich rozwiązań, związanych z omawianymi zagadnieniami.
3.	Lewandowski Michał	dr hab. Piotr Malicki, prof. UMK	Drzewa zorientowane	Praca polega na omówieniu podstawowych własności drzew zorientowanych. Planuje się podanie algorytmów związanych z badaniem grafów w głąb i wszerz oraz rozwiązanie kilkunastu zadań, związanych z omawianymi zagadnieniami.

4.	Masłowski Karol	dr hab. Piotr Malicki, prof. UMK	Zliczanie drzew	Praca poświęcona jest zliczaniu drzew rozpinających dla niektórych grafów. Planuje się podanie formuły Kirchhoffa, omówienie techniki zliczania opartej na wielomianach generycznych oraz rozwiązanie kilkunastu zadań.
5.	Saluter Nina	dr hab. Piotr Malicki, prof. UMK	Własności algebraiczne grafów	Praca polega na omówieniu przestrzeni grafów częściowych, przestrzeni cykli oraz przestrzeni przekrojów dla grafów zorientowanych i niezorientowanych. Planuje się podanie kilkunastu zadań oraz ich rozwiązań, związanych z omawianymi zagadnieniami.
6.	Szubińska Małgorzata	dr hab. Piotr Malicki, prof. UMK	Drogi i spójność grafów niezorientowanych	Praca poświęcona jest omówieniu dróg oraz spójności grafów niezorientowanych. Planuje się podanie wielu zadań oraz ich rozwiązań, związanych z omawianymi zagadnieniami.
7.	Tokarska Weronika	dr hab. Piotr Malicki, prof. UMK	Drzewa niezorientowane	Praca polega na omówieniu podstawowych własności drzew niezorientowanych. Planuje się podanie algorytmów Kruskala oraz Prima, a także rozwiązanie kilkunastu zadań, związanych z omawianymi zagadnieniami.
8.	Zomerski Mirosław	dr hab. Piotr Malicki, prof. UMK	Twierdzenie Halla o kojarzeniu małżeństw	Praca poświęcona jest omówieniu twierdzenia Halla o kojarzeniu małżeństw oraz jego zastosowaniom. Planuje się podanie dowodu twierdzenia Halla w języku teorii transwersal. Ponadto, podane zostanie twierdzenia Mengera i jego związku z twierdzeniem Halla.

1.	Borys Patryk	dr Dorota Gabor	Przestrzenie liniowe uporządkowane	Przedstawienie podstawowych definicji i faktów dotyczących przestrzeni liniowych z częściowym porządkiem. Dobór przykładów ilustrujących opisywane zagadnienia
2.	Brodowska Julita	dr Dorota Gabor	Twierdzenie Arrowa o niemożliwości.	Przedstawienie twierdzenia Arrowa i jego modyfikacji oraz konsekwencji z precyzyjnymi dowodami; analiza różnych metod głosowania, zilustrowanie opisywanych zagadnień przykładami
3.	Przetakowska Zuzanna	dr Dorota Gabor	Układy równań różniczkowych liniowych pierwszego rzędu.	Przedstawienie metod rozwiązywania układów równań różniczkowych liniowych wraz z twierdzeniami i faktami, na których bazują. Dobór przykładów ilustrujących opisywane zagadnienia
4.	Trojanowska Natalia	dr Dorota Gabor	Funkcje zespolone i ich wybrane zastosowania w fizyce.	Przedstawienie podstaw rachunku różniczkowego funkcji zespolonych, w tym interpretacji geometrycznej pochodnej zespolonej. Przedstawienie przykładów zastosowań omawianych zagadnień w problemach fizycznych.
5.	Tucholski Łukasz	dr Dorota Gabor	Gry skończone i przykłady ich zastosowań	Przedstawienie podstawowych definicji i twierdzeń z teorii gier oraz przykładów gier skończonych. Analiza tych przykładów przy różnych danych.
6.	Wójcik Sylwia	dr Dorota Gabor	Przestrzenie metryzowalne i ich wybrane własności	Przedstawienie podstawowych definicji i faktów związanych z przestrzeniami metryzowalnymi; szczegółowy dowód twierdzenia Stone'a oraz pewnych wniosków z niego
7.	Wronka Julia	dr Dorota Gabor	Elementarny dowód twierdzenia Poincare.	Przedstawienie elementarnego dowodu twierdzenia Poincare dla odwzorowań ciągłych i odwzorowań nieciągłych. Wprowadzenie odpowiednich pojęć, własności i faktów potrzebnych w dowodzie.
8.	Zakrzewska Milena	dr Dorota Gabor	Gra Banacha - Mazura.	Przedstawienie podstawowych definicji i twierdzeń związanych z grą Banacha - Mazura. Twierdzenie o istnieniu strategii wygrywającej wraz z dowodem. Przykłady innych wersji gry.

1.	Ducka Natalia	dr Krzysztof Leśniak	Izomorfizm gier dwuosobowych	Omówienie paradoksalnych właściwości izomorfizmu gier dwuosobowych na przykładzie duopolu Cournota. Dowód twierdzenia o zachowywaniu przez izomorfizmy równowag i optimów. Głównym celem pracy jest podanie pełnych rozumowań pominiętych w pracy „Isomorphic transition from cooperative to defective versions of the Prisoner's Dilemma and Cournot Duopoly” (K. Leśniak, Roczniki Naukowe Wyższej Szkoły Bankowej w Toruniu, nr 12, 2013, ss. 75-80).
2.	Frej Katarzyna Alicja	dr Krzysztof Leśniak	Badania operacyjne - liniowe zadania decyzyjne	Przedstawienie metod rozwiązywania zagadnień programowania liniowego. Przykłady szczegółowych rozwiązań zaprojektowanych przez autorkę zadań z ilustracjami.
3.	Górska Martyna	dr Krzysztof Leśniak	Konstrukcja i własności stopnia Brouwera	Celem pracy jest omówienie konstrukcji stopnia Brouwera. Udowodnione zostaną jego własności. Zagadnienie zostanie zilustrowane za pomocą przykładów i samodzielnie rozwiązanych zadań.
4.	Jeżak Konrad	dr Krzysztof Leśniak		

5.	Kaczorowski Michał	dr Krzysztof Leśniak	Analiza gry kościanej Craps	Zostaną przedstawione zasady gry, przeprowadzona zostanie analiza prawdopodobieństwa wygranej oraz przedyskutowana strategia wygrywania proponowana przez regularnych graczy. Analiza opłacalności proponowanej strategii zostanie przebadana eksperymentalnie z pomocą własnoręcznie napisanego programu do symulacji gry.
6.	Rękawiecki Piotr	dr Krzysztof Leśniak	Funkcja chaotyczna na przykładzie chaotyczności funkcji logistycznej	Dowód chaotyczności w sensie Devaneya funkcji logistycznej w oparciu o sprzężenie z przesunięciem Bernoulliego. Dowody twierdzeń pomocniczych.
7.	Rudowska Monika Maria	dr Krzysztof Leśniak	Wykorzystanie rachunku różniczkowego w ekonomii	Definicja i własności pochodnej ilustrowane własnymi przykładami; twierdzenia Weierstrassa, Fermata, Rolle'a, Lagrange'a i Cauchy'ego o wartości średniej, wraz z ich dowodami. Zastosowania: funkcje kosztu krańcowego i kosztu przeciętnego, elastyczność cenowa i dochodowa popytu.
8.	Sadowska Joanna Iwona	dr Krzysztof Leśniak	Algorytm Verhoeffa	Przedstawienie algorytmu Verhoeffa. Uzasadnienie skutecznego wykrywania przez algorytm błędów poszczególnych rodzajów. Podanie własnych przykładów wykrywania i niewykrywania określonych błędów.

1.	Zuzanna Kwiatkowska	dr Krzysztof Rykaczewski	Global Stability Analysis of Hopfield-type Recurrent Neural Networks	The main aim of this research is to analyze the existence and uniqueness of stability points in Hopfield-type neural networks. Both discrete and continuous Hopfield models will be presented and, in the process, generalized by adding components from other recurrent networks' architectures. Finally, some of the applications of the generalized architecture will be described.
----	---------------------	--------------------------	--	--

1.	Borkowska Aleksandra	dr hab. Zieliński Janusz	Zastosowania transformaty Laplace'a w fizyce	Przedstawienie zastosowań transformaty Laplace'a w zagadnieniach mechanicznych i elektrycznych. Omówienie własności przekształcenia Laplace'a, problem zbieżności transformaty oraz zagadnienie odwrotnego przekształcenia Laplace'a.
2.	Knieszner Stanisław	dr hab. Zieliński Janusz	Twierdzenie Wilsona	Omówienie dowodów, zastosowań i uogólnień twierdzenia Wilsona.
3.	Kujawa Kamil	dr hab. Zieliński Janusz	Elementy rozdzielcze i rozszerzenia rozdzielcze	Zebranie wiadomości o elementach i rozszerzeniach rozdzielczych zarówno w kontekście teorii Galois, jak i teorii rugownika.
4.	Różańska Denisa	dr hab. Zieliński Janusz	Szczególne punkty i proste związane z trójkątem	Zreferowanie wybranych elementów geometrii trójkąta. Udowodnienie kilku znanych twierdzeń, które służą do zdefiniowania i powiązania ze sobą pewnych charakterystycznych dla trójkąta punktów i prostych.

5.	Szafraniec Natalia	dr hab. Zieliński Janusz	Funkcje gamma i beta Eulera oraz ich zastosowania	Omówienie dwóch ważnych funkcji specjalnych - funkcji beta oraz gamma Eulera. Przedstawienie podstaw teoretycznych, wykazanie podstawowych własności tych funkcji oraz prezentacja zastosowań.
6.	Tyburska Estera	dr hab. Zieliński Janusz	Matematyka szachownicy	Przeanalizowanie matematycznych aspektów szachów ze szczególnym uwzględnieniem kombinatoryki.
7.	Wala Agnieszka	dr hab. Zieliński Janusz	Procesy Poissona i ich zastosowanie w hokeju na lodzie	Omówienie procesów Poissona oraz rozkładów Poissona na przykładzie ich zastosowań w punktacji hokeja na lodzie. Zbadanie podstawowych własności, a następnie ich praktyczne zastosowanie.
8.	Zakrzewska Agata	dr hab. Zieliński Janusz	Kombinatoryczne twierdzenia o zerach wielomianów	Przedstawienie twierdzenia Hilberta o zerach oraz omówienie i udowodnienie kombinatorycznych twierdzeń o zerach wielomianów, czyli tzw. Combinatorial Nullstellensatz. Następnie zastosowanie tego do rozwiązania zadań z Międzynarodowej Olimpiady Matematycznej.

1.	Kamila Stefaniak	dr Anna Gołębiowska	Zastosowanie indeksu Conleya do dowodzenia bifurkacji	Omówienie pojęcia indeksu Conleya. Wykorzystanie własności indeksu do wykazania istnienia bifurkacji rozwiązań rodziny równań różniczkowych z parametrem.
2.	Beata Witkowska	dr Anna Gołębiowska	Obliczanie indeksu Conleya	Omówienie definicji indeksu Conleya. Zaprezentowanie przykładów obliczania indeksu zbiorów niezmienniczych potoków indukowanych przez układy równań różniczkowych. Związek z indeksem Morse'a.