

Wykaz tematów prac licencjackich
w roku akademickim 2016/2017
kierunek: matematyka

L.p.	Nazwisko i imię studenta	Promotor	Temat pracy licencjackiej	Opis zadania stawianego studentowi
1.	Cyganowska Karolina	dr Wojciech Rejchel	Model liniowy i estymatory najmniejszych kwadratów.	Opówienie modelu liniowego. Analiza wpływu parametrów modelu (liczność próby, wymiar modelu, siła szumu) na estymację.
2.	Lewandowska Kinga	dr Wojciech Rejchel	Selekcja cech w modelach liniowych.	Opisanie modelu liniowego i podstawowych metod selekcji cech (eliminacja, dołączanie). Porównanie jakości tych procedur na danych symulowanych i rzeczywistych.
3.	Melak Martyna Anna	dr Wojciech Rejchel	Zastosowanie regresji liniowej do analizy danych.	Przedstawienie regresji liniowej i opisanie estymatorów najmniejszych kwadratów. Zbadanie ich jakości i przydatności na podstawie wybranych zbiorów danych.
4.	Mrozowska Magdalena	dr Wojciech Rejchel	Wnioskowanie statystyczne w regresji logistycznej.	Opówienie regresji logistycznej i jej estymatorów opartych na największej wiarogodności. Analiza własności tych estymatorów na danych.
5.	Nowakowska Aleksandra	dr Wojciech Rejchel	Regresja liniowa i wybór modelu w oparciu o kryteria informacyjne.	Opisanie regresji liniowej i algorytmów wyboru modelu opartych na kryteriach informacyjnych (Akaike, Schwarz). Porównanie jakości tych algorytmów na danych symulowanych i rzeczywistych.

6.	Staniszewski Michał	dr Wojciech Rejchel	Maszyny wektorów podpierających w statystycznej klasyfikacji.	Omówienie statystycznej klasyfikacji i algorytmu "maszyn wektorów podpierających". Analiza własności algorytmu w zależności od wybranych parametrów.
7.	Wąsik Monika	dr Wojciech Rejchel	Analiza wariancji i porównania wielokrotne.	Przedstawienie analizy wariancji i metod porównań wielokrotnych (Bonferroniego, Holma, Tukey'a). Analiza własności tych metod na danych.
8.	Wojciechowska Paulina Magdalena	dr Wojciech Rejchel	Regresja logistyczna i selekcja cech.	Opisanie regresji logistycznej i podstawowych metod selekcji cech (eliminacja, dołączanie). Porównanie jakości tych procedur na danych symulowanych i rzeczywistych.
9.	Wrześniewska Karolina	dr Wojciech Rejchel	Porównanie procedur wyboru modelu w regresji logistycznej.	Opisanie regresji logistycznej i algorytmów wyboru modelu opartych na kryteriach informacyjnych (Akaike, Schwarz). Porównanie jakości tych algorytmów na danych symulowanych i rzeczywistych.

1	Kotarska Joanna	dr hab. Grzegorz Gabor, prof. UMK	Potęga o wykładniku rzeczywistym i jej własności	Celem pracy jest przedstawienie konstrukcji potęgi o wykładniku rzeczywistym oraz omówienie własności tej potęgi wraz z dowodami. W pracy przedstawione zostaną dowody twierdzeń o istnieniu pierwiastka i istnieniu logarytmu. Omówione zostaną funkcje potęgowe, wykładnicze i logarytmiczne, a także przedstawiona zostanie alternatywna konstrukcja potęgi o wykładniku rzeczywistym za pomocą szeregów potęgowych.
---	-----------------	--------------------------------------	--	---

2	Malinowska Marta	dr hab. Grzegorz Gabor, prof. UMK	Kryteria zbieżności szeregów liczbowych	Przedstawienie pojęcia szeregu liczbowego, omówienie kryteriów zbieżności szeregów liczbowych, porównanie ich i zobrazowanie ich działania na przykładach (pojawią się kryteria nie występujące w kursie analizy matematycznej). Wykorzystanie pojęcia zbieżności szeregu liczbowego w zadaniach.
3	Mytlewska Małgorzata	dr hab. Grzegorz Gabor, prof. UMK	Przestrzenie Fréchet'a	Przedstawienie podstawowych pojęć i twierdzeń wraz z dowodami dotyczących przestrzeni Fréchet'a. Zaprezentowanie przykładów owych przestrzeni. Przedstawienie operacji liniowych w przestrzeniach Fréchet'a.
4	Olszewska Jolanta	dr hab. Grzegorz Gabor, prof. UMK	Twierdzenie Schaudera o punkcie stałym	Przedstawienie twierdzenia Schaudera jako uogólnienia twierdzenia Brouwera o punkcie stałym. Zaprezentowanie twierdzeń równoważnych z twierdzeniem Schaudera oraz jego zastosowań w różnych działach matematyki.
5	Osenka Bartosz	dr hab. Grzegorz Gabor, prof. UMK	Przestrzenie metryczne ośrodkowe	Celem pracy jest omówienie pojęcia przestrzeni metrycznej ośrodkowej i własności takich przestrzeni oraz podanie przykładów tych obiektów. Część pracy zostanie poświęcona scharakteryzowaniu przestrzeni topologicznych i przestrzeni metryzowalnych. Zostaną podane warunki konieczne i dostateczne metryzowalności oraz istnienia gęstego ośrodka w przestrzeniach metrycznych.

6	Szadkowski Kamil	dr hab. Grzegorz Gabor, prof. UMK	Iloczyny nieskończone	Omówienie pojęcia iloczynu nieskończonego i jego zbieżności oraz podanie kryteriów zbieżności iloczynów nieskończonych. Zilustrowanie przedstawionych pojęć i faktów samodzielnie rozwiązanymi zadaniami.
7	Tadajewski Paweł	dr hab. Grzegorz Gabor, prof. UMK	Działania uogólnione na zbiorach i granice zbiorów	Przedstawienie pojęć uogólnionej sumy i iloczynu zbiorów oraz granicy ciągu zbiorów w ujęciu mnogościowym i topologicznym. Zaprezentowanie ich podstawowych własności oraz dowodów tych własności. Zilustrowanie wprowadzanych pojęć przykładami.

1.	Bączalska Patrycja Anna	dr Zieliński Janusz	Punkty kratowe płaszczyzny	Opis różnych zależności liczbowych między figurami płaskimi a punktami kratowymi. Uzupełnienie wszystkich dowodów.
2.	Gust Szymon	dr Zieliński Janusz	Dzielniki unitarne oraz splot unitarny	Uogólnienia klasycznych pojęć z teorii liczb na przypadki unitarne. Między innymi największy wspólny dzielnik unitarny, czy unitarna funkcja Möbiusa. Przetłumaczenie dowodów z języka angielskiego.
3.	Lewandowska Monika Katarzyna	dr Zieliński Janusz	Rekurencje na sumach potęg cyfr liczby naturalnej	Przedstawienie własności liczb wesołych oraz liczb smutnych. Następnie uogólnienie tych pojęć na inne systemy pozycyjne niż dziesiętny oraz wyższe potęgi niż kwadraty.
4.	Linda Karolina	dr Zieliński Janusz	Zastosowania matematyki w fizyce	Badanie stabilności układów za pomocą kryteriów Routha, Hurwitza oraz Michajłowa. Opisanie każdego kryterium wraz z przykładami.

5.	Olszewska Aleksandra	dr Zieliński Janusz	Okrąg jednostkowy w dowodach twierdzeń o trójkątach	Dowody twierdzeń o trójkątach z użyciem okręgu jednostkowego. Między innymi twierdzenie o środku ciężkości w trójkącie, twierdzenie o ortocentrum trójkąta, twierdzenie o okręgu Eulera, twierdzenie o prostej Simsona, twierdzenia dotyczące prostej Simsona, twierdzenie o motyłu itp.
6.	Przybyłowska Karolina Maria	dr Zieliński Janusz	Zbiory rozmyte oraz logika rozmyta	Przedstawienie podstawowych zagadnień teorii zbiorów rozmytych oraz logiki rozmytej. Porównanie jej z logiką klasyczną oraz podanie przykładów zastosowań.
7.	Szafraniec Natalia	dr Zieliński Janusz	Funkcje gamma i beta Eulera oraz ich zastosowania	Omówienie dwóch ważnych funkcji specjalnych - funkcji beta oraz gamma Eulera. Przedstawienie podstaw teoretycznych, wykazanie podstawowych własności tych funkcji oraz prezentacja zastosowań.
8.	Wojciechowska Monika Lidia	dr Zieliński Janusz	Liczby hiperzespólone	Struktura i własności kwaternionów, tessarionów, oktonionów oraz sedenionów. Wprowadzenie liczb hiperzespólonych za pomocą konstrukcji Cayleya; tożsamości Eulera i Degena oraz ich uogólnienie, twierdzenie Botta-Milnora.
1.	Dunajska Daria	dr Krzysztof Leśniak	Symbole Legendre'a, Jacobiego, Kroneckera oraz reszty k-tego stopnia modulo p	Wprowadzenie niezbędnych pojęć. Własności symboli. Przykłady i zastosowania.
2.	Gnap Patryk	dr Krzysztof Leśniak	Drogi, pętle i grupa podstawowa w przestrzeniach topologicznych	Przedstawienie pojęć i twierdzeń niezbędnych przy konstrukcji grupy podstawowej. Przykłady.

3.	Klinikowski Władysław	dr Krzysztof Leśniak	Zasada uśredniania dla nieliniowych równań ewolucyjnych	Omówienie C_0 – półgrup operatorów liniowych. Twierdzenie Hille – Yosida z dowodem. Przedstawienie zagadnienia nieliniowego $\begin{cases} \dot{u} = -Au + F(t, u) \\ u(0) = \bar{u} \end{cases}$, wraz z zasadą uśredniania i niezbędnymi pojęciami.
4.	Kotra Oliwia	dr Krzysztof Leśniak	Zasada minimum i maksimum w zadaniach geometrycznych	Opracowanie zadań geometrycznych z rozwiązaniami oraz scenariuszy lekcji. Przedstawienie wykorzystania komputera w procesie rozwiązywania zadań i podczas prowadzenia lekcji.
5.	Omelczuk Adam	dr Krzysztof Leśniak	Twierdzenie Lebesgue'a o gęstości	Wprowadzenie niezbędnych pojęć. Dowód twierdzenia.
6.	Rękawiecki Piotr	dr Krzysztof Leśniak	Pochodna Schwarza	Przedstawienie własności pochodnej. Przykłady i zastosowania.
7.	Sztuczka Aleksandra	dr Krzysztof Leśniak	Transformata Laplace'a	Przedstawienie własności transformaty. Przykłady i zastosowania.
8.	Urbanowicz Anna	dr Krzysztof Leśniak	Pochodna symetryczna Schwarza	Przedstawienie własności pochodnej. Przykłady i zastosowania.
9.	Zamorowska Karolina	dr Krzysztof Leśniak	Pochodna Diniego	Przedstawienie własności pochodnej. Przykłady i zastosowania.

1.	Borkowska Aleksandra	dr Dorota Gabor	Matematyczna analiza pajęczynowego modelu rynku	Przedstawienie modelu pajęczyny, analiza zmian dyskretnych i analiza zmian ciągłych różnych wariantów modelu, przygotowanie i dokładny opis zagadnień matematycznych wykorzystywanych w modelu, dobór przykładów ilustrujących różne sytuacje.
----	----------------------	-----------------	---	--

2.	Dąbrowski Paweł	dr Dorota Gabor	Wybrane typy równań różniczkowych, które można sprowadzić do równań liniowych	Przedstawienie typów równań opisanych w temacie pracy, szczegółowy opis operacji sprowadzania do równań liniowych (w tym przedstawienie potrzebnych twierdzeń ze szczegółowymi dowodami i dokładny opis algorytmów), dobór przykładów ilustrujących omawiane zagadnienia.
3.	Knieszner Stanisław	dr Dorota Gabor	Przykłady zastosowań programowania liniowego w ekonomii	Przedstawienie podstawowych definicji i twierdzeń związanych z programowaniem liniowym oraz przykładów zastosowań w modelach ekonomicznych. Analiza tych przykładów przy różnych danych.
4.	Mosakowski Karol	dr Dorota Gabor	Model Leontiefa zależności międzygałęziowych	Przedstawienie metody analizy powiązań między różnymi branżami lub sektorami gospodarki w oparciu o statyczny i dynamiczny model Leontiefa w systemie otwartym i zamkniętym; dokładny opis matematyczny oraz zilustrowanie przedstawianych zagadnień odpowiednio dobranymi przykładami
5.	Szulc Manuela	dr Dorota Gabor	Równania różniczkowe liniowe i przykłady ich zastosowań w ekonomii	Przedstawienie metod rozwiązywania równań różniczkowych liniowych (w tym potrzebnych twierdzeń ze szczegółowymi dowodami i dokładny opis algorytmów), dobór przykładów ilustrujących omawiane zagadnienia i wykorzystywanych w teoriach ekonomicznych.
6.	Tucholski Łukasz	dr Dorota Gabor	Gry skończone i przykłady ich zastosowań	Przedstawienie podstawowych definicji i twierdzeń z teorii gier oraz przykładów gier skończonych. Analiza tych przykładów przy różnych danych.

7.	Wojtasik Jakub	dr Dorota Gabor	Równania różnicowe liniowe i przykłady ich zastosowań w ekonomii	Przedstawienie metod rozwiązywania równań różnicowych liniowych (w tym potrzebnych twierdzeń ze szczegółowymi dowodami i dokładny opis algorytmów), dobór przykładów ilustrujących omawiane zagadnienia i wykorzystywanych w teoriach ekonomicznych.
----	----------------	-----------------	--	--

1.	Czyżewski Michał	dr hab. Piotr Malicki	Grafy planarne.	Praca poświęcona jest omówieniu grafów planarnych. Planuje się podanie twierdzeń Eulera, Kuratowskiego oraz kilkunastu zadań i ich rozwiązań związanych z omawianymi zagadnieniami.
2.	Grębicka Agata	dr hab. Piotr Malicki	Cykle Hamiltona.	Praca polega na omówieniu pojęcia cyklu Hamiltona dla grafów niezorientowanych i zorientowanych. Planuje się omówienie problemu komiwojażera oraz podanie kilkunastu zadań i ich rozwiązań związanych z omawianymi zagadnieniami.
3.	Karczewska Aleksandra	dr hab. Piotr Malicki	Operacje na grafach.	Praca polega na zdefiniowaniu oraz zilustrowaniu przykładami operacji na grafach takich jak: dopełnienie grafu, graf krawędziowy, potęga grafu oraz iloczyn kartezyjski grafów. Planuje się podanie kilkunastu zadań i ich rozwiązań związanych z omawianymi zagadnieniami.
4.	Lewandowska Aleksandra	dr hab. Piotr Malicki	Macierzowy opis grafu.	Praca polega omówieniu podstawowych własności macierzy sąsiedztwa, macierzy incydencji oraz macierzy Laplace'a. Planuje się podanie kilkunastu zadań i ich rozwiązań związanych z omawianymi zagadnieniami.

5.	Meller Ireneusz	dr hab. Piotr Malicki	Cykle Eulera.	Praca polega na omówieniu pojęcia cyklu Eulera dla grafów niezorientowanych i zorientowanych. Planuje się podanie algorytmu poszukiwania drogi Eulera oraz kilkunastu zadań i ich rozwiązań związanych z omawianymi zagadnieniami.
6.	Szablowski Patryk Michał	dr hab. Piotr Malicki	Drogi i spójność grafów zorientowanych.	Praca poświęcona jest omówieniu dróg, spójności grafów zorientowanych oraz algorytmu Dijkstry znajdowania najtańszej ścieżki w grafie ważonym. Planuje się podanie kilku zadań i ich rozwiązań związanych z omawianymi zagadnieniami.
7.	Śliwińska Agnieszka Dorota	dr hab. Piotr Malicki	Podstawowe własności grafów.	Praca poświęcona jest omówieniu i udowodnieniu podstawowych własności grafów związanych z pojęciem stopni wierzchołków. Planuje się podanie kilku zadań i ich rozwiązań związanych z omawianymi zagadnieniami.

1.	Karolina Dzik	dr hab. Mieczysław K. Mentzen	O pewnych zastosowaniach liczb pierwszych	Pierwsze sześć prac dotyczy elementarnej arytmetyki. Seminarzyści powinni podać opis własności, o której mowa w tytule tematu, wykorzystując podstawowe twierdzenia teorii liczb, przedstawienie liczby w systemie pozycyjnym dziesiętnym, dostępną literaturę oraz własną inteligencję. Prace powinny być ozdobione dużą liczbą przykładów.
2.	Patrycja Gębarska	dr hab. Mieczysław K. Mentzen	Własności cyfr potęg dwójki	
3.	Patryk Krasuski	dr hab. Mieczysław K. Mentzen	Własności sumy cyfr liczb naturalnych	
4.	Joanna Łukasiak	dr hab. Mieczysław K. Mentzen	Własności sumy kwadratów dwóch liczb naturalnych	

5.	Artur Michalak	dr hab. Mieczysław K. Mentzen	Podstawowe własności kwadratów liczb naturalnych	
6.	Agnieszka Siemaszkiewicz	dr hab. Mieczysław K. Mentzen	Zbiory $D(m)$, ich własności i przykłady	
7.	Maria Sztymelska	dr hab. Mieczysław K. Mentzen	Pewne zastosowania twierdzenia Hahna-Banacha w mechanice kwantowej	
				Zamiarem pracy jest dowód twierdzenia Hahna-Banacha (w wersji zespolonej) i podanie pewnych zastosowań tego twierdzenia w formułowaniu podstawowych pojęć, postulatów i tez mechaniki kwantowej.

1.	Zbigniew Ankowski	dr Robert Skiba	Zastosowania szeregów funkcyjnych	<p>Zadania studenta w pracy licencjackiej:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Omówienie podstawowych własności szeregów funkcyjnych z uwzględnieniem szeregów Taylora i Fouriera. • Przedstawienie ciekawych zastosowań szeregów funkcyjnych do rozwiązywania niestandardowych zadań z analizy matematycznej oraz funkcjonalnej pojawiających się na międzynarodowych zawodach matematycznych dla studentów.
----	-------------------	-----------------	-----------------------------------	--